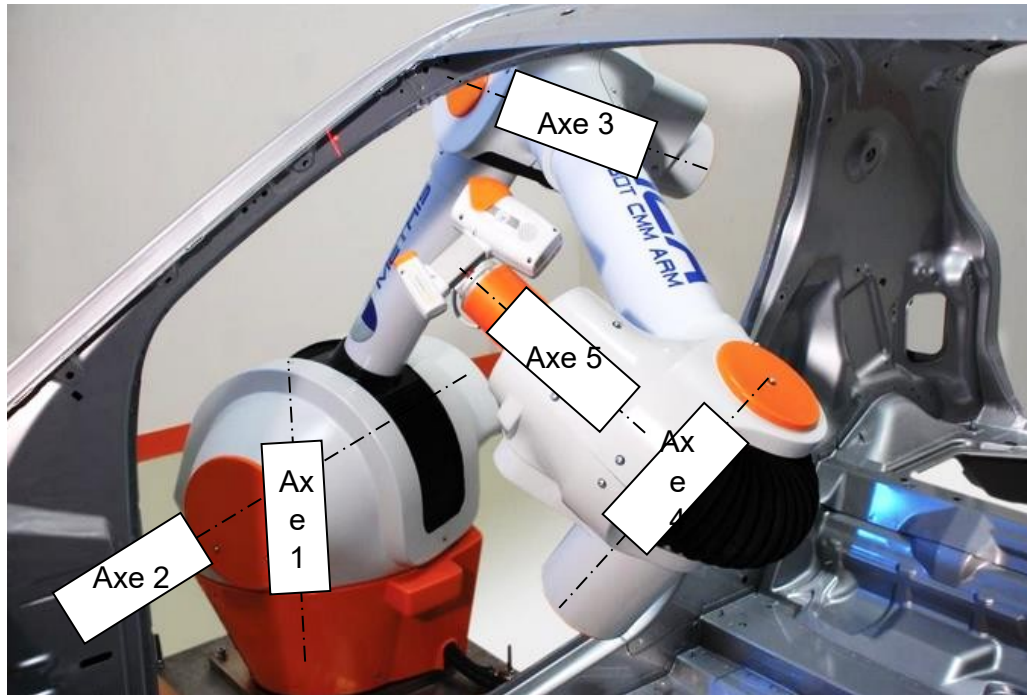


On considère le problème de l'asservissement en position de l'axe 4 (coude) d'un bras robotisé pour la mesure tridimensionnelle par laser représenté ci-dessous.



La technique d'asservissement étudiée est basée sur la synthèse des boucles de régulation successives.

Performances attendues (issues du cahier des charges)

Exigence	Critère	Valeur
Respecter la consigne de vitesse	Erreur de suivi	$\varepsilon_t = 1\%$ maximum
	Erreur statique	$\varepsilon_s = 0$
Respecter la consigne de position	Erreur statique	$\varepsilon_s = 0$
Etre stable	Marge de phase minimum de l'asservissement de position	$M\phi = 45^\circ$

Modélisation

L'actionneur mis en œuvre est un moteur à courant continu à aimants permanents que l'on peut modéliser par les équations suivantes :

$$u(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$$

$$e(t) = K_e \cdot \omega(t)$$

$$C(t) = K_c \cdot i(t)$$

$$\frac{Jd\omega(t)}{dt} = C(t)$$

Q1 Donner le schéma bloc représentation la fonction de transfert du moteur avec $U(p)$ comme grandeur d'entrée et $\Omega(p)$ comme grandeur de sortie.

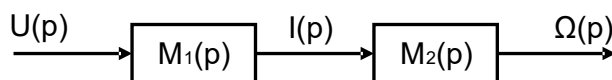
Q2 Calculer la fonction de transfert du moteur $M(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$.

Q3 Application numérique :

$$R = 1,4 \, \Omega \quad K_e = 0,1 \, \text{V}/(\text{rad/s})$$

$$L = 2,1 \cdot 10^{-3} \, \text{H} \quad J = 5 \cdot 10^{-5} \, \text{kg.m}^2$$

Q4 Donner une représentation fictive de $M(p)$ sous la forme ci-dessous. Déterminer $M_1(p)$ et $M_2(p)$ sous une forme littérale.

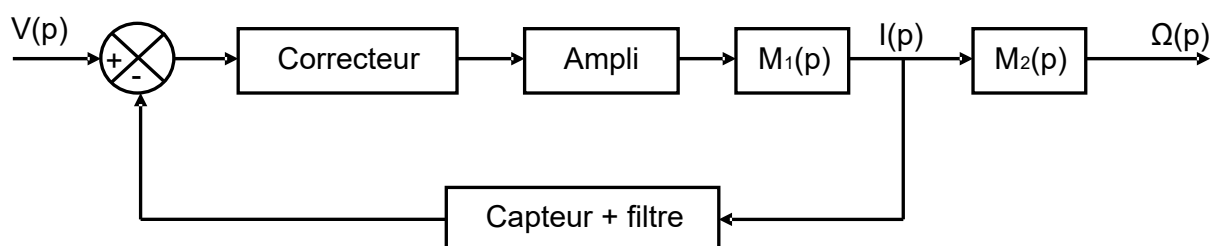


Q5 Montrer que $M_1(p)$ peut se mettre sous la forme :

$$M_1(p) = \frac{10 \cdot T_f \cdot p}{(1 + T_i \cdot p) \cdot (1 + 10 \cdot T_f \cdot p)} = \frac{5 \cdot 10^{-3} p}{(1 + 0,002p) \cdot (1 + 0,005p)}$$

Boucle de courant

Pour éviter des pics prohibitifs du courant dans l'induit et dans le convertisseur, on effectue un bouclage sur le courant comme le montre la figure suivante :



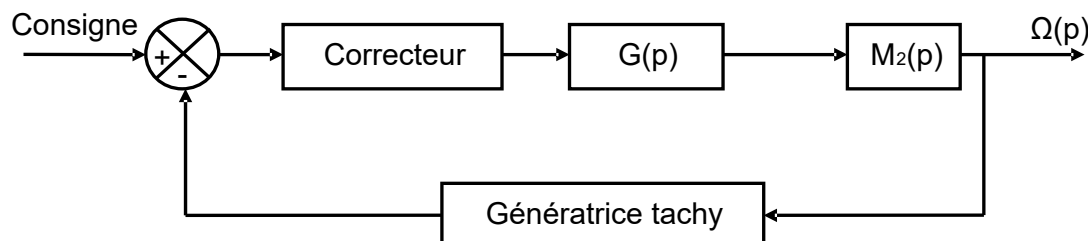
L'asservissement en courant $G(p) = I(p)/V(p)$ est défini par la fonction de transfert suivante :

$$G(p) = K_G \cdot \frac{1 + T_f \cdot p}{D(p)} \quad \text{avec } D(p) = 1 + 4,34 \cdot 10^{-4} p + 2,07 \cdot 10^{-7} p^2$$

$$K_G = 4,13 \, \text{A.V}^{-1} ; T_f = 5 \cdot 10^{-4} \, \text{s} ; z = 0,5 \text{ et } \omega_0 = 2200 \, \text{rad.s}^{-1}$$

Boucle de vitesse

On réalise une régulation de vitesse sous la forme donnée ci-dessous :



La génératrice tachymétrique est modélisée par une transmittance constante $K_t = 0,1 \, \text{V}/(\text{rad/s})$. La fonction de transfert du correcteur est notée $C_v(p)$. On prendra $C_v(p) = K_v$ (correcteur proportionnel).

Q8 Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte sachant que $M_2(p) = \frac{K_2}{p} = \frac{2000}{p}$.

Q9 Sur le document réponse, tracer le diagramme asymptotique de Bode du système en boucle ouverte avec $K_v = 1$. Préciser la marge de gain et la marge de phase.

Q10 Déterminer graphiquement, pour quelles valeurs de K_v le système est stable.

Q11 Calculer l'erreur indicielle (en réponse à un échelon d'amplitude 1).

Q12 Calculer l'erreur de vitesse (entrée rampe) dans ce système asservi. Déduire ainsi la valeur de K_v permettant de limiter cette erreur à 1%.

Dans la suite du problème, on supposera que la fonction de transfert, en boucle fermée du système régulé est donnée par :

$$H_v(p) = 10 \cdot \frac{1 + T_f \cdot p}{D(p)} \quad \text{avec } D(p) = 1 + 4,34 \cdot 10^{-4} p + 2,07 \cdot 10^{-7} p^2$$

Boucle de position

On cherche à asservir la position (l'angle θ) de l'axe. On dispose pour cela d'un réducteur placé entre l'axe moteur et le bras avec un rapport de réduction $r = 20$ et d'un capteur de position (potentiomètre fournissant une tension de 1 V pour une rotation de 1 rad).

Q13 Tracer le schéma bloc du système asservi en position avec un correcteur série noté $C_p(p)$. La sortie du correcteur doit fournir la consigne pour la boucle de vitesse.

Q14 Pour $C_p(p) = 1$, quelle sera l'allure du diagramme de Bode de l'asservissement en boucle ouverte (on pourra s'appuyer sur le diagramme de Bode déjà tracé). Que peut-on conclure du système non corrigé ?

Q15 Proposer un correcteur permettant d'améliorer la stabilité.

Document réponse : diagramme de Bode de la boucle de vitesse