



Cours

Asservir un système

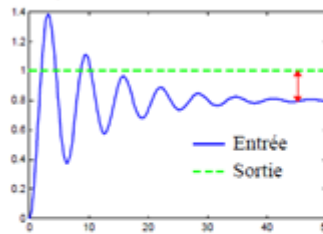
Correction

C.P.G.E
T.S.I.

On désire obtenir :

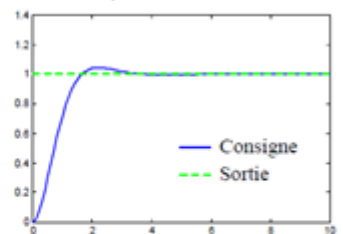
- un **système rapide** (faible temps de réponse, ou critère sur la bande passante)
- un système **précis** (erreur absolue ou relative réduite pour une entrée échelon)
- un système avec peu de dépassements
- un système **stable** (condition absolue)

Système à commander



- Réponse oscillatoire
- Réponse mal amortie
- Ecart avec l'entrée en régime établi

Comportement désiré



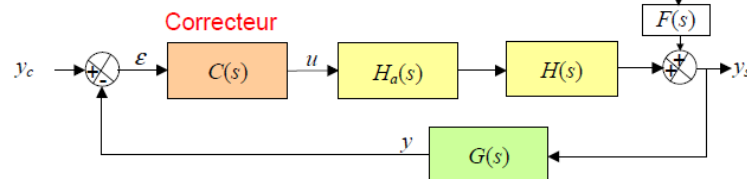
- Réponse oscillatoire
- Réponse bien amortie
- Erreur statique nulle

1. INTRODUCTION

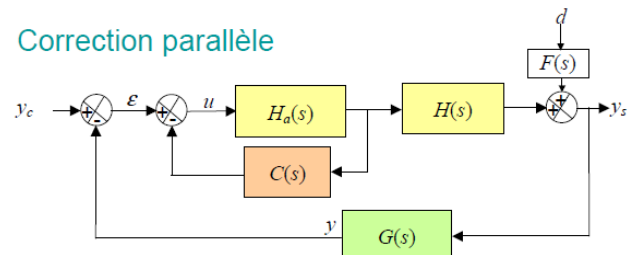
1.1. Structure générale

On introduit un régulateur ou correcteur numérique $C(s)$ qui va modifier la commande envoyée au système. Il existe plusieurs méthodes de correction. La plus utilisée est la **correction série**.

Correction série

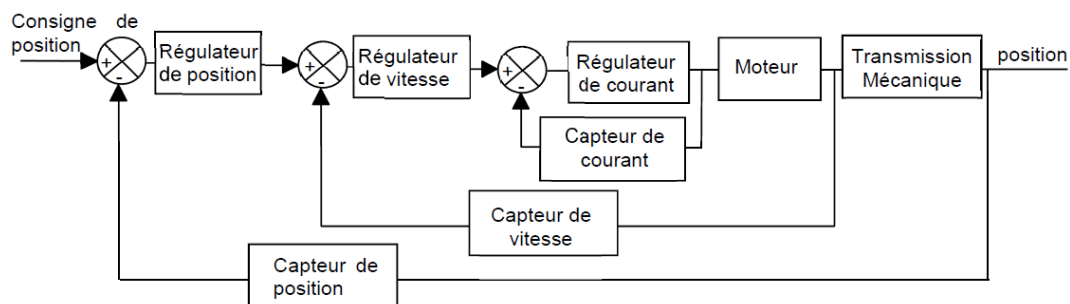


Correction parallèle



On se ramènera à un système avec retour unitaire.

Plusieurs corrections (ou régulations) peuvent cohabiter :



1.2. Principes de base

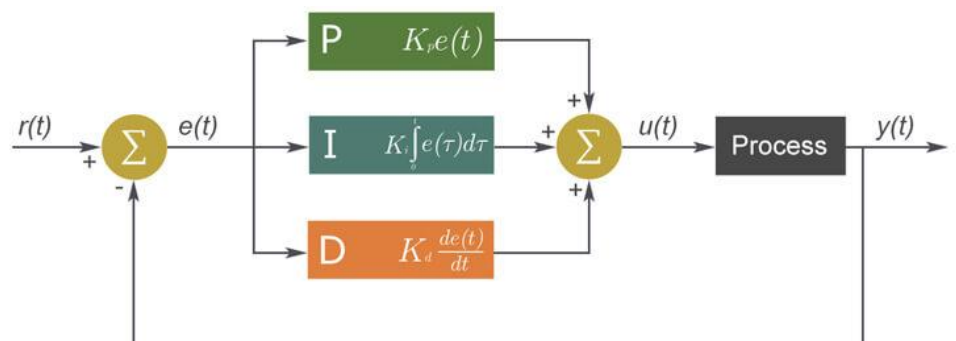
On dispose essentiellement de 3 types de correction :

Proportionnelle (P)

Intégrale (I)

Dérivée (D)

Pour obtenir les performances souhaitées, on pourra utiliser un ou plusieurs correcteurs : P, PI, PD, PID.



Ne pas oublier que cette régulation s'effectue à une fréquence de pilotage : la commande envoyée au process est remise à jour en permanence (par exemple à 10 Hz soit 10 fois par seconde)

➤ Le correcteur proportionnel :

Il amplifie tout simplement l'erreur donc la réaction du système. C'est le principe d'un ressort. Plus on l'écrase, plus il réagit. En première approche, Il **améliore donc la précision et la rapidité, mais peut, aux valeurs élevées provoquer l'instabilité**.

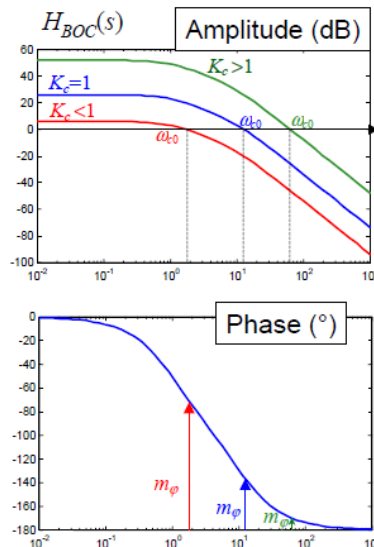
Pourquoi ? car au démarrage et pour une erreur initiale de 10, il enverra une commande de 70 au process si le K_p vaut 7 soit un démarrage plus rapide que s'il avait envoyé simplement 10. Il va se rapprocher des 10 visés, l'erreur vaudra 8, 7, 5, ...0.5, 0.3 : mais le système présente des frottements ou autres et ne bouge pas en dessous de 0.7. Envoyer $7 \times 0.3 = 2.1$ va lui permettre de bouger encore un peu et diminuer ainsi son erreur jusqu'à une erreur de 0.1. Si on augmente le gain K_p , il va bouger encore un peu plus vite et un peu plus loin mais on imagine qu'être « à fond » tout prêt de l'objectif va inévitablement provoquer un dépassement. L'erreur va alors changer de signe et il va repartir à fond dans l'autre sens : instable !

Attention, ce gain K_p peut être une atténuation et ainsi :

Si $K_p > 1$ (amplification) $\Rightarrow$ amélioration de la précision du système en BF

Si $K_p < 1$ (atténuation) $\Rightarrow$ diminution de la précision du système en BF

□ Effets du correcteur



Par ailleurs, le correcteur P ne permet pas de régler indépendamment la rapidité, la précision et les marges de stabilité.

En effet :

➤ Si $K_p > 1$

- translation du diagramme de gain de Bode vers le haut
- augmentation de $\omega_{co} \Rightarrow$ augmentation de la rapidité
- diminution de la marge de phase (dégradation de la stabilité en BF)

➤ Si $K_p < 1$

- translation du diagramme de gain de Bode vers le bas
- diminution de $\omega_{co} \Rightarrow$ diminution de la rapidité
- Augmentation de la marge de phase (amélioration stabilité)

➤ Le correcteur dérivé :

Il utilise non pas l'erreur mais la vitesse de l'erreur (la dérivée). C'est le principe d'un amortisseur. Plus on l'écrase vite, plus il réagit. Le comportement est « visqueux » et **améliore donc la stabilité** (dépassements)

La commande est souvent bruitée (petites variations mais rapides) : la dérivée va malheureusement amplifier ces bruits.

➤ Le correcteur intégral :

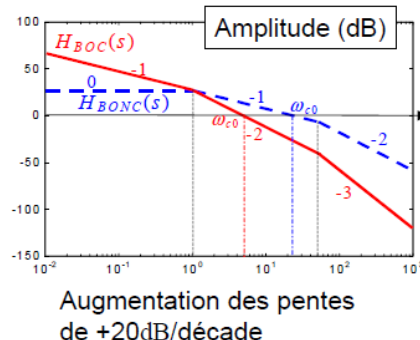
L'effet de l'action intégrale est donc d'accroître la commande (somme de l'erreur) tant que l'écart n'est pas nul. C'est cette possibilité d'obtenir des commandes élevées avec des écarts ε très faibles qui **améliore la précision**. L'effet d'intégration est modulé par le facteur intégral K_i .

Ce mode d'action a pour effet de lisser l'influence des variations rapides de consigne ou de perturbations de fréquences élevées, donc de rendre le système moins sensible aux perturbations. Par contre, il tend à **déstabiliser le système** par l'effet retard introduit vis-à-vis des évolutions de commande.

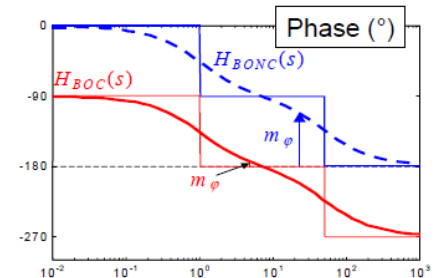
Les affirmations précédentes sont justifiées mathématiquement :

- Une intégration augmente la classe du système et donc annule l'erreur statique si le système est de classe 0.
- L'augmentation des pentes de +20dB/dec :

- diminue la pulsation de coupure ω_{co} à 0 dB donc la rapidité
- diminue la marge de phase donc la stabilité (voire instabilité)



Augmentation des pentes de +20dB/décade



Translation du diagramme de phase de 90° vers le bas

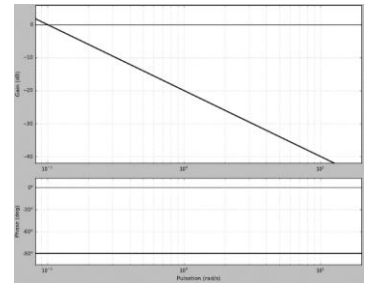
1.3. Correcteurs classiques

1.3.1. Correcteur Intégral pur (I)

Le but étant d'améliorer la précision, donc en particulier le gain en BO, l'idée la plus simple serait d'utiliser dans la chaîne directe, un intégrateur pur :

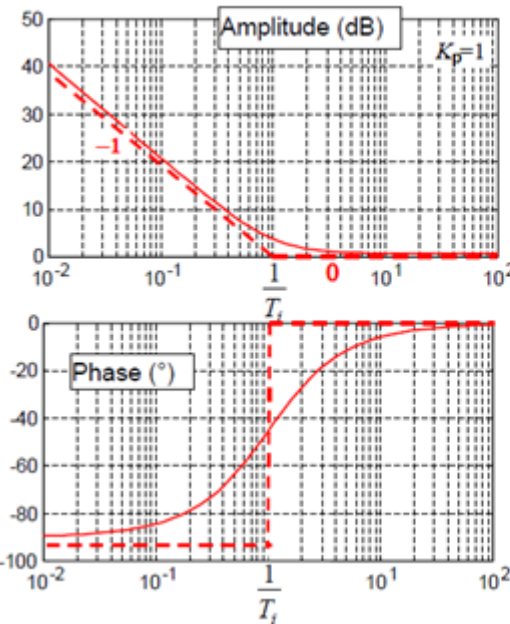
Les deux inconvénients liés à ce correcteur (qui interdisent son utilisation) :

- à basse fréquence l'amplitude est infinie
- le déphasage constant de -90° risque de rendre le système instable



1.3.2. Correcteur proportionnel Intégral (PI)

□ Réponse fréquentielle



Un bon choix de T_i est important pour la stabilité.

Le gain infini à basse fréquence reste problématique.

Les correcteurs PI sont souvent remplacés par les correcteurs à retard de phase.

□ Effets du correcteur

- Introduction d'un intégrateur
- Gain en basses fréquences ($\omega \ll 1/T_i$) infini $\Rightarrow$ erreur statique nulle (système de classe 0)
- Le gain du système corrigé ne sera pas modifié en hautes fréquences si $\frac{1}{T_i} \ll \omega_{co} \Rightarrow \omega_{co}$ ($\Rightarrow$ rapidité) non modifiée
- La phase du système corrigé n'est modifiée qu'en basses fréquences (au contraire de I)
- La marge de phase n'est pas modifiée si $\frac{1}{T_i} \ll \omega_{co}$

1.3.3. Correcteur à retard de phase

Sa fonction de transfert est :

$$C(p) = \frac{1-b}{1+bT_p p} \quad \text{avec } b > 1$$

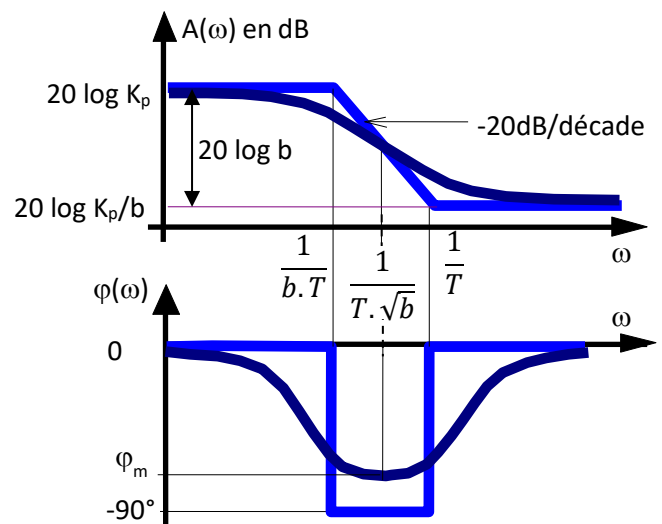
$$\varphi(\omega_m) = \arctan\left(\frac{1-b}{2\sqrt{b}}\right) = \arcsin\left(\frac{1-b}{1+b}\right)$$

On introduit un déphasage négatif d'où le nom de retard de phase.

- Le correcteur à retard de phase **améliore de manière importante la précision** grâce à un gain élevé à basses fréquences diminué ensuite grâce à l'action intégrale
- Il a tendance à **déstabiliser le système** par le déphasage nocif qu'il induit (diminution de la marge de phase) : **cela peut être résolu** en choisissant $\frac{1}{T} \ll \omega_{co}$ (on éloigne l'action intégrale de la fréquence critique, au moins une décade de moins)

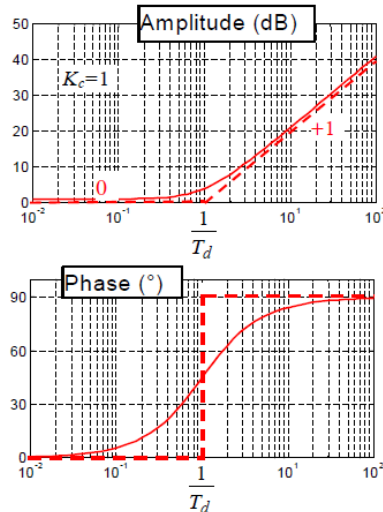
- La correction intégrale provoque néanmoins une diminution de la bande passante et donc une **baisse de la rapidité**.

On choisit b , tel que $20\log(b)$ donne la variation de gain en boucle ouverte recherchée.



1.3.4. Correcteur PD

Réponse fréquentielle



Effets du correcteur

- Avance de phase maximale de 90° pour $\omega \gg 10/T_d \Rightarrow$ amélioration de la stabilité (marge de phase)
- Augmentation de la pulsation $\omega_{co} \Rightarrow$ amélioration de la rapidité ($t_{r,5\%}, t_m \downarrow$)
- Amplification en hautes fréquences (pour $\omega > 1/T_d \Rightarrow$ élargissement de la BP du système en BF $\Rightarrow$ sensibilité aux bruits)
- Diminution de l'erreur permanente

Réglages

- Régler K_c pour avoir ω_{co} imposé
- Régler T_d pour avoir m_ϕ imposée
- Vérifier a posteriori ω_{co} et m_ϕ

1.3.5. Correcteur à avance de phase

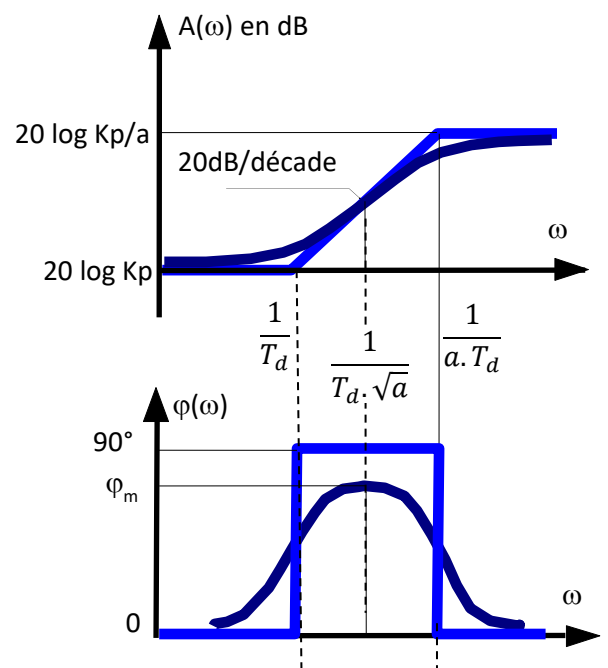
$C(p) =$ avec $a < 1$

$$\varphi(\omega_m) = \arctan\left(\frac{1-a}{2\sqrt{a}}\right) = \arcsin\left(\frac{1-a}{1+a}\right)$$

C'est une forme approchée du correcteur PD qui est physiquement irréalisable (condition de causalité non vérifiée).

- le correcteur à avance de phase provoque une **augmentation notable de la bande passante et donc de la rapidité**.
- le déphasage positif induit dans la zone critique augmente la marge de phase et **améliore donc la stabilité**.
- le correcteur à avance de phase n'a aucun effet sur la précision.
- les bruits de fond du signal de commande sont augmentés.

Il faut choisir a pour avoir l'avance de phase souhaitée et T_d au bon endroit (à ω_{co})



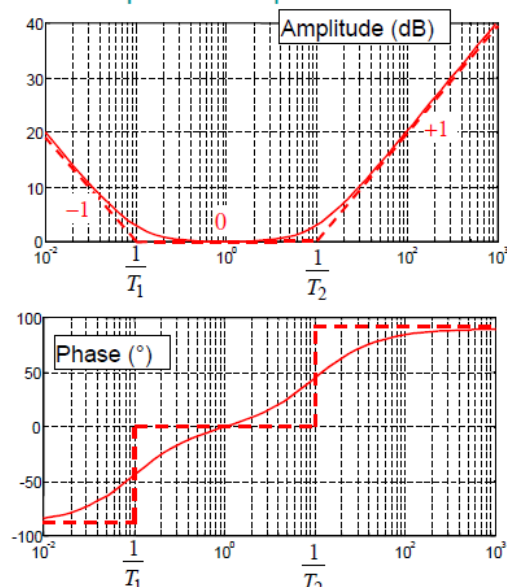
1.3.6. Correcteur PID

On essaye de combiner les avantages du PI et du PD.

Le réglage des paramètres reste délicat.

Très utilisé en industrie.

Réponse fréquentielle



Effets du correcteur

- Avance de phase en hautes fréquences
- Amplification en hautes fréquences
- Effet PD en hautes fréquences
- Gain infini en basses fréquences
- Retard de phase en basses fréquences
- Effet PI en basses fréquences
- Fréquences moyennes : peu d'influence du correcteur