

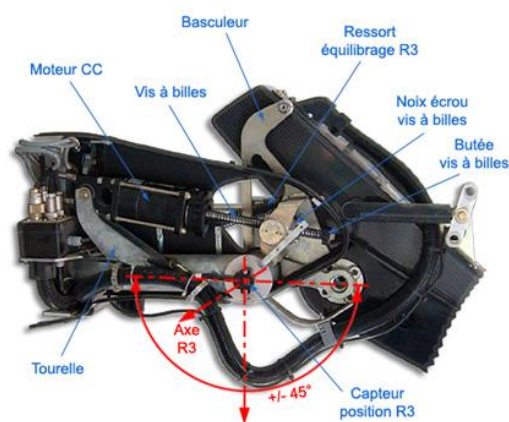
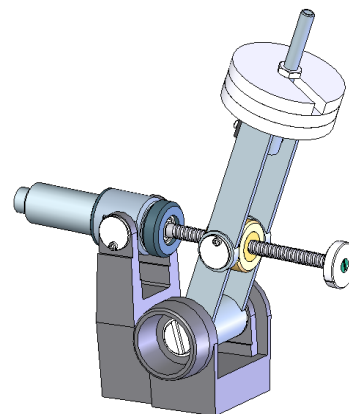


Objectifs du TP

On se propose :

- d'établir un modèle cinématique d'un système mécanique
- de construire un paramétrage géométrique,
- d'effectuer une fermeture géométrique et/ou cinématique,
- d'établir une loi entrée / sortie cinématique,
- de valider les résultats par une expérimentation et/ou une simulation numérique.

Support



Bibliographie

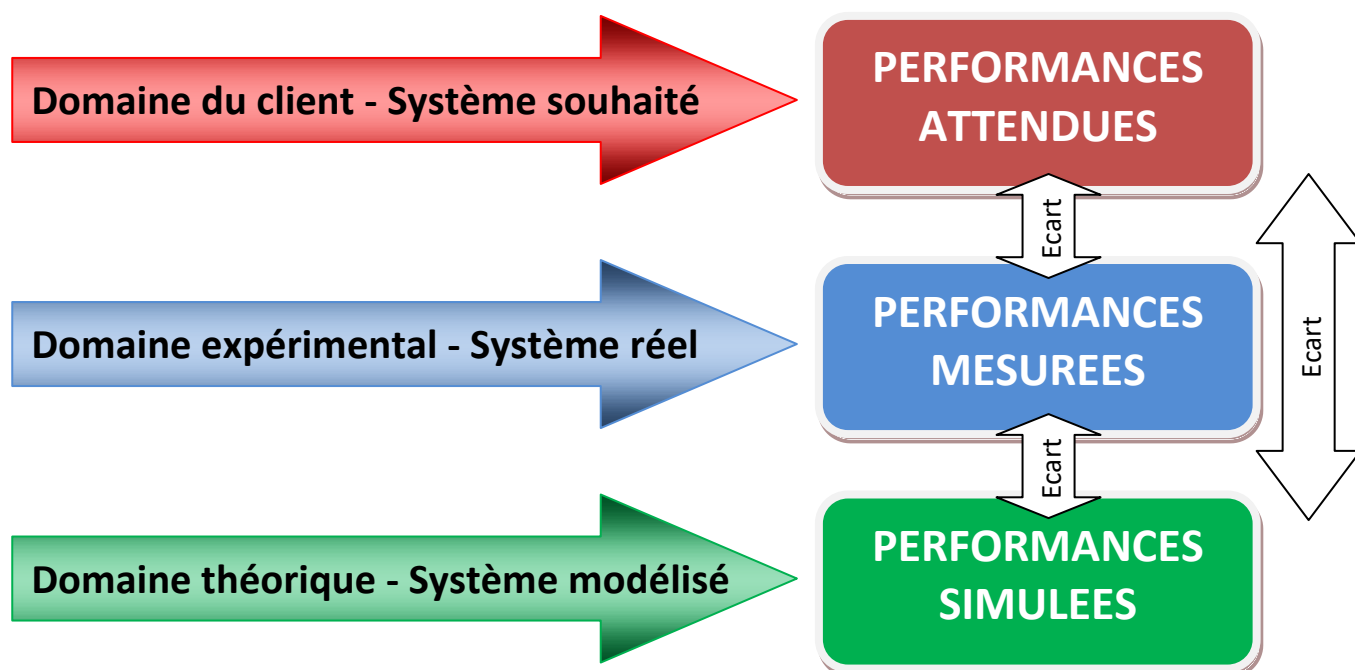
RAPPEL DES OBJECTIFS ET DES ROLES DANS UN PROJET

L'objectif principal est de quantifier les écarts entre performances attendues, mesurées et simulées.

Le « **chef de projet** » vérifie que le produit réel répond aux exigences annoncées, aide et coordonne ses ingénieurs.

L'ingénieur « **expérimentateur** » réalise les expériences sur le matériel, interprète et met en forme les résultats.

L'ingénieur « **modélisateur** » détermine un modèle de comportement du système qu'il conçoit ou analyse.



CHEF DE PROJET

Fonctionnement

Vous devrez être capable de décrire, avec le vocabulaire technique adéquat, le fonctionnement du système étudié, la modélisation retenue, la démarche de résolution théorique, le protocole expérimental et les résultats obtenus.

Votre rôle consiste à établir le lien entre les résultats obtenus par l'expérimentateur et le modélisateur, à confronter les mesures, à quantifier les écarts et à les expliquer. Vous serez également l'interlocuteur privilégié entre le groupe de travail et le professeur.

Compte rendu

Rédigez votre compte-rendu lors de la séance. Débutez votre présentation par celle de l'objet avec un diagramme de contexte. Prévoir quelles ressources complémentaires (photos, schéma, graphes...) sont nécessaires afin de présenter un travail compréhensible par le lecteur.



EXPERIMENTATEUR

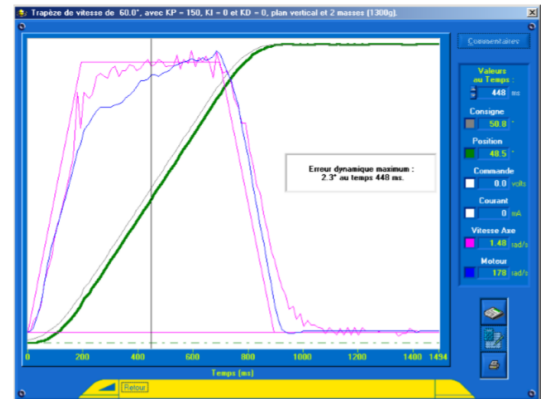
I. REALISATION D'UNE EXPERIMENTATION SUR LE SYSTEME ETUDIE

■ ACTIVITE 1

- Etablir un protocole expérimental.
- Conduire une expérimentation sur le système étudié permettant de mettre en évidence une loi entrée sortie géométrique et / ou cinématique.
- Exploiter les résultats obtenus.

On appelle θ l'angle de rotation du bras. On définit une expérimentation avec $\theta_i = 30^\circ$; $\theta_f = 80^\circ$; $\theta'_{max} = 1,5 \text{ rad/s}$; $\theta''_{max} = 7,7 \text{ rad/s}^2$.

On pourra par exemple tracer les évolutions de la vitesse de l'arbre moteur, de la vitesse du bras en sortie et de sa position angulaire, suite à une consigne de type trapézoïdale.

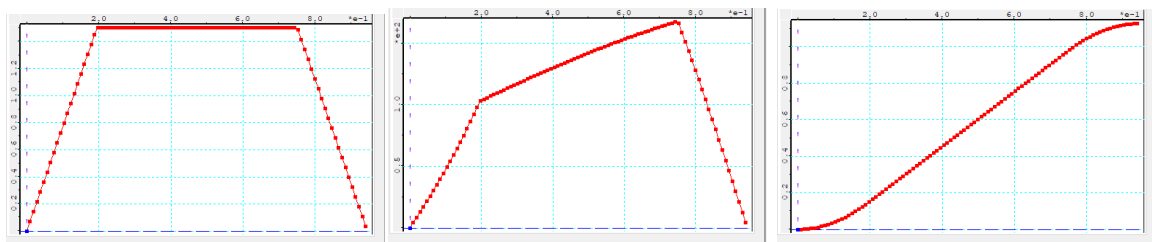


II. REALISATION D'UNE SIMULATION NUMERIQUE

■ ACTIVITE 2

- A partir du modèle numérique fourni et à compléter, proposer une simulation numérique permettant de montrer le fonctionnement cinématique du mécanisme étudié.
- Mettre en évidence une loi entrée sortie géométrique et / ou cinématique.
- Exploiter les résultats obtenus.

On pourra par exemple tracer les évolutions de la vitesse de l'arbre moteur, de la vitesse du bras en sortie et de sa position angulaire, suite à une consigne de type trapézoïdale.

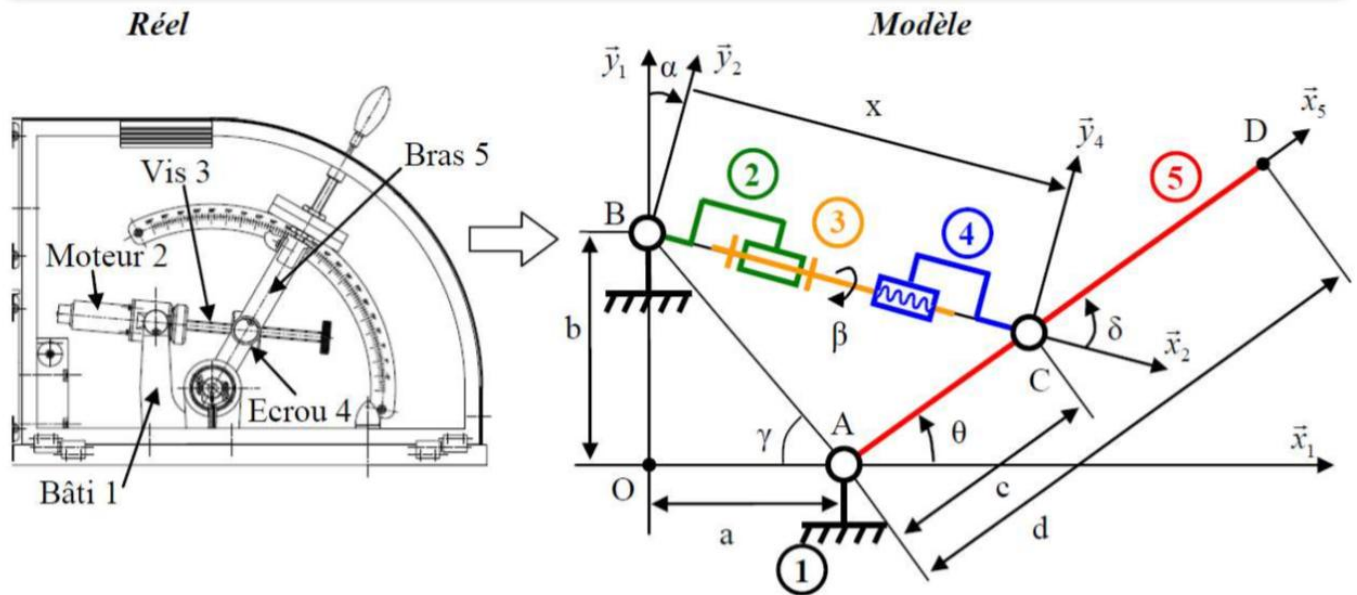


MODELISATEUR

III. MODELISATION CINEMATIQUE

■ ACTIVITE 1

- Proposer un modèle cinématique du système étudié.
- Mettre en place un paramétrage géométrique.



Le mouvement d'entrée est donné par l'arbre moteur **3** en liaison pivot d'axe $(C, \vec{x}_2)$ avec le corps du moteur **2**.
La vis **3** est en liaison hélicoïdale d'axe $(C, \vec{x}_2)$ avec l'écrou **4** (hélice à droite et $p=4$ mm).

Le corps du moteur **2** est en liaison pivot d'axe $(B, \vec{z}_1)$ avec le bâti **1**. On pose $\alpha = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$.

Il existe une liaison pivot d'axe $(C, \vec{z}_1)$ entre l'écrou **4** et le bras **5**. On pose $\delta = (\vec{x}_2, \vec{x}_5) = (\vec{y}_2, \vec{y}_5)$.

Le mouvement de sortie est donné par la liaison pivot d'axe $(A, \vec{z}_1)$ entre le bras **5** et le bâti **1**. On pose $\theta = (\vec{x}_1, \vec{x}_5) = (\vec{y}_1, \vec{y}_5)$.

On pose aussi $\overline{AB} = -a\vec{x}_1 + b\vec{y}_1$ ($a=70$ mm et $b=82$ mm) ; $\overline{BC} = x\vec{x}_2$; $\overline{AC} = c\vec{x}_2$ ($c=82$ mm).

IV. RECHERCHE D'UNE LOI ENTREE / SORTIE

■ ACTIVITE 2

- Conduire une démarche de résolution permettant déterminer une loi entrée / sortie géométrique et / ou cinématique.
- Tracer l'allure des courbes correspondantes.

On peut montrer que :

$$\theta = \arctan\left(\frac{a}{b}\right) + \arcsin\left(\frac{c^2 + a^2 + b^2 - x^2}{2c\sqrt{a^2 + b^2}}\right)$$

avec $x = \frac{p\beta}{2\pi} + x_0$ où $x_0 = -173$ mm ; $p = 4$ mm ; x

exprimé en mm et β en radians.

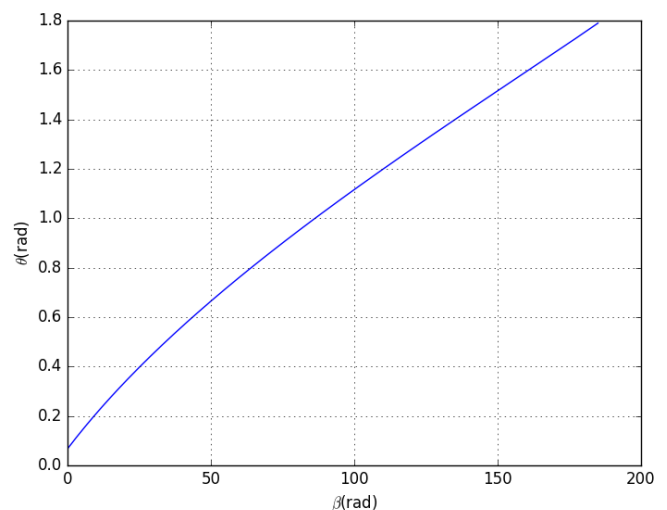
Il est alors possible de proposer un domaine de linéarité de la loi entrée / sortie afin de faciliter la suite de l'étude théorique.

On peut montrer que dans ce domaine,

$$\beta(\theta) = K_1\theta + K_2.$$

On pourra aussi écrire une relation telle que

$$\beta(\theta_i) = 0 \text{ où } \theta_i \text{ est l'angle de bras initial.}$$





❖ ANNEXE A

Résolution d'une équation du type :

$$A\cos(\alpha) + B\sin(\alpha) = C$$

où α est inconnue,
 A et $B \in \mathbb{R}^*$.

$$\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \cos(\alpha) + \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \sin(\alpha) = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

On pose $\sin(\varphi) = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ et $\cos(\varphi) = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

On peut vérifier que $[\sin(\varphi)]^2 + [\cos(\varphi)]^2 = 1 \quad \forall A, B \in \mathbb{R}^*$.

$$\sin(\varphi)\cos(\alpha) + \cos(\varphi)\sin(\alpha) = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

$$\sin(\alpha + \varphi) = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

$$\alpha + \varphi = \arcsin\left(\frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right).$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right) - \varphi.$$

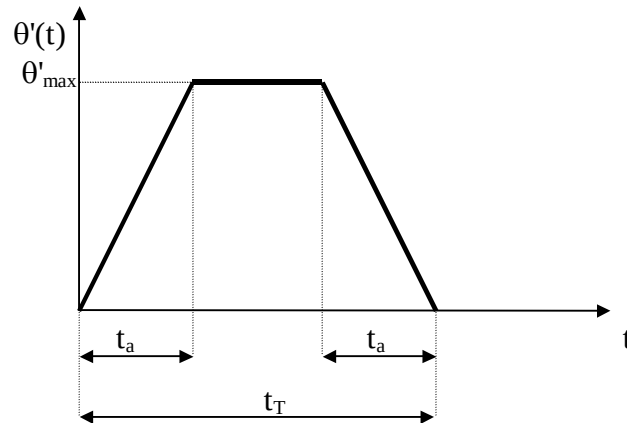
$$\tan(\varphi) = \frac{A}{B}.$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right) - \arctan\left(\frac{A}{B}\right)$$



❖ ANNEXE B

Une loi trapézoïdale, symétrique, en vitesse angulaire présente l'allure suivante :



- une phase d'accélération et une phase de décélération uniformes, de même durée t_a , elles correspondent à des secteurs angulaires identiques $\delta\theta$.
- une phase de vitesse angulaire uniforme $\theta'_{\max}$.

On appelle θ_i et θ_f les angles respectivement initial et final.

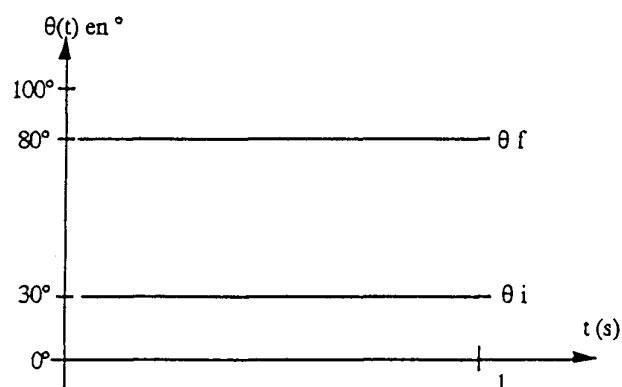
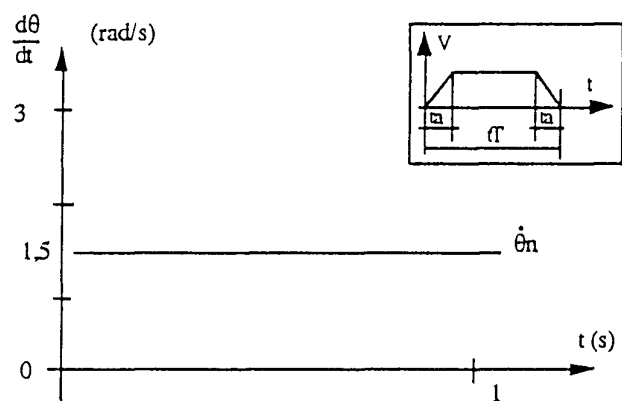
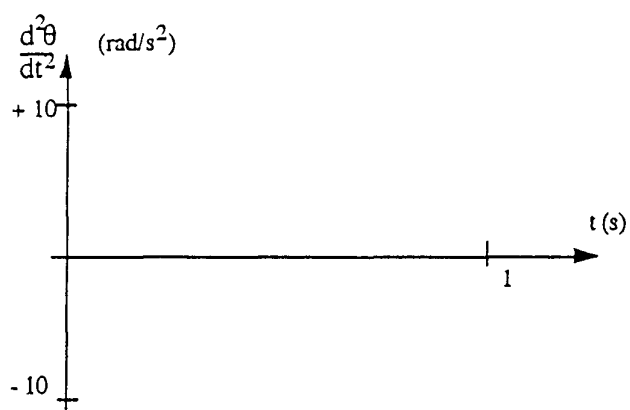
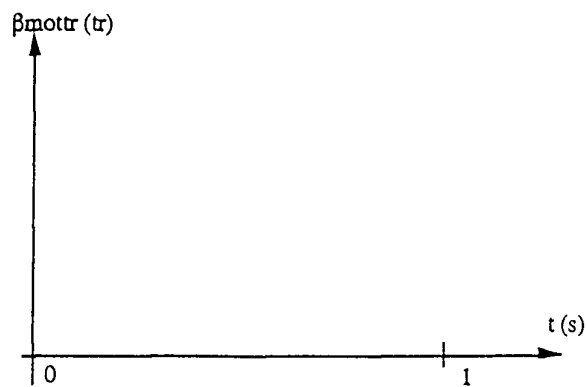
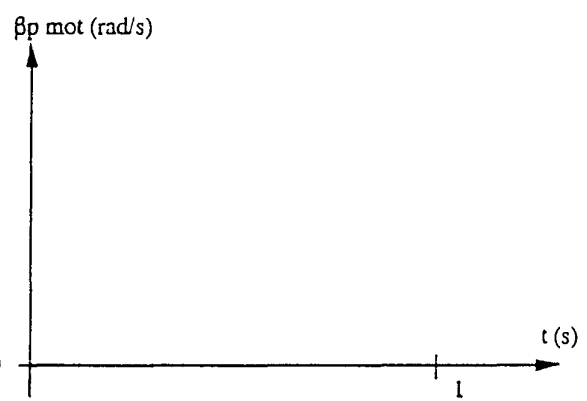
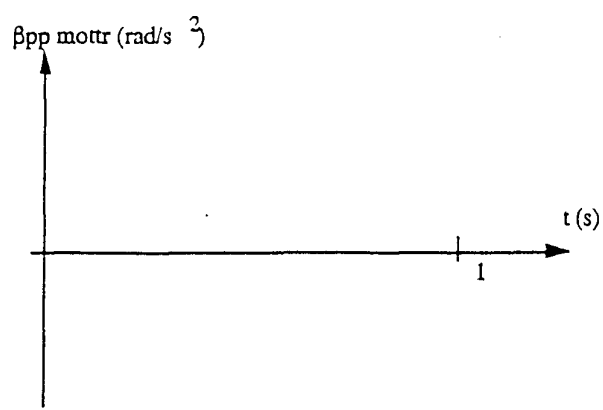
On montre que :

$$\theta''_{\max} = \frac{2\delta\theta}{t_a^2} ; \theta'_{\max} = \frac{2\delta\theta}{t_a} ; t_a = \frac{t_T}{1 + \frac{\theta_f - \theta_i}{2\delta\theta}}$$



FEUILLE REPONSE 1 : LES CYCLES THEORIQUES

CYCLES DE SORTIE

CYCLES D'ENTREE
(fonction théorique linéarisée)

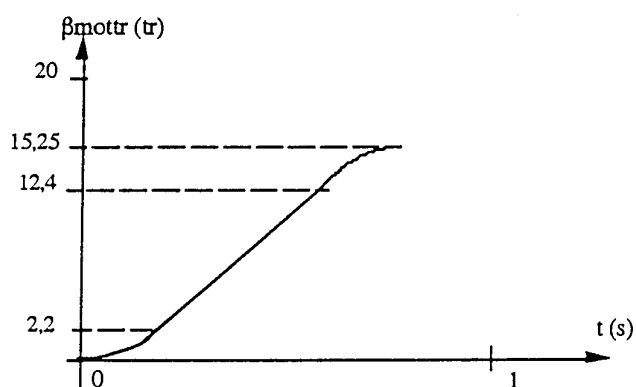
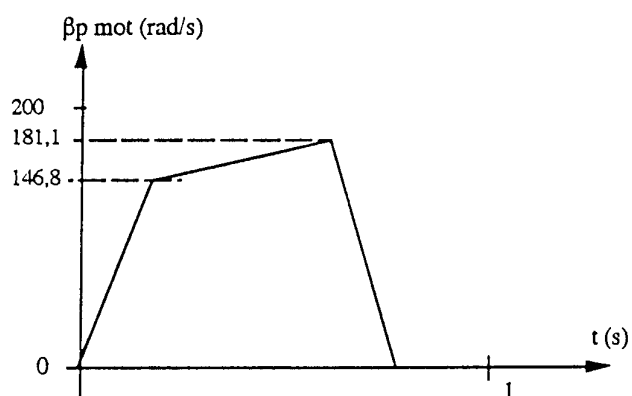
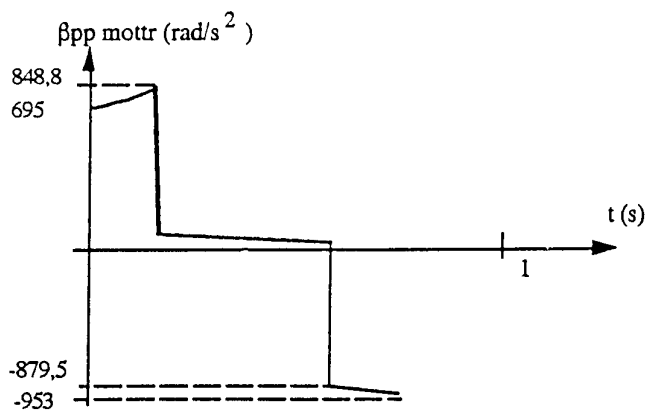
$$t_a =$$

$$t_T =$$

$$\delta\theta =$$

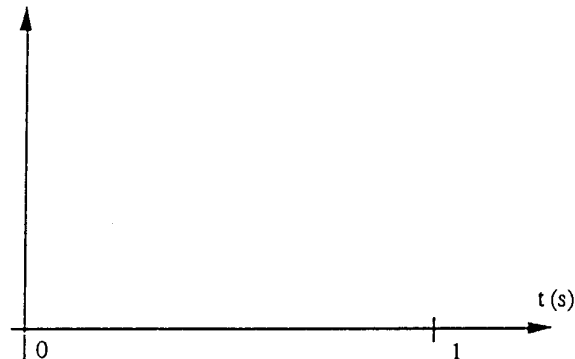


FEUILLE REPONSE 2 : LES CYCLES THEORIQUES ET REELS DE VITESSE

CYCLES D'ENTREE THEORIQUES
(fonction non linéarisée)

CYCLES REELS RELEVES

ENTREE

 $\beta_p \text{ mot (rad/s)}$ 

SORTIE

 $\theta_p \text{ mot (rad/s)}$ 